

MATEMATIKA

Helyi tanterv 9–12. évfolyam

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

A tanulók életkori sajátosságainak megfelelően a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A tananyagban szereplő tételek többségét elegendő alkalmazói szinten elsajátítani, néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulása-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. **A természettudományok nyelve a matematika, ezért ezen tantárgyakat emelt óraszámban tanulók számára különösen fontos, hogy rendelkezzenek olyan matematikai eszköztárral, amely biztosítja a reál tárgyak tanulása-tanítása során elsajátítandó ismeretek megértését, a megoldandó feladatok, elemzések elvégzését.**

Fontos elvárás a tanulókkal szemben, hogy értsék és szabatosan használják a matematika szaknyelvét. A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése.

A tanulás folyamán végzett tevékenységek

Az ismeretszerzés és a számonkérés során eredményesen használják a szaktanár által megengedett eszközöket, számológépet, függvénytáblázatot, jegyzeteket, könyveket, digitális forrásokat, programokat, **szakirodalmat, mérési eredményeket, nyilvános statisztikai adatokat.**

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket, **kísérleteket**. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez **a természettudományos tantárgyak igényeihez** igazított bővítést is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

Kritikai gondolkodását fejleszti a tanult összefüggések érvényességi körnek meghatározása, a kapott eredmény helyességének, illetve a perem feltételeknek való megfelelésének az ellenőrzése.

A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására, **az összegyűjtött eredmények ismeretében trendeket felismerni.**

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulása keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

A kerettanterv által biztosított szabad mozgásteret a természettudományi tagozatos osztályokban arra fordítjuk, hogy a tanulók készség szinten legyenek képesek más órákon is alkalmazni a tanultakat. A kémia és a fizika tantárgyak tanulása szempontjából különösen fontos ismeretek a képletek átrendezése, műveletek végzése mértékegységekkel, egyenletek, egyenletrendszerek magabiztos megoldása, a logaritmus alkalmazása, függvények ábrázolása, a függvény tulajdonságok ismerete. Mind a négy reáltárgy tanulása során szükséges a halmazelméleti fogalmak ismerete és alkalmazása, az adatok elemzésének a képessége. A biológia tanulása során kombinatorikai ismertek értő alkalmazása szükséges.

	A tantárgy heti óraszám	A tantárgy éves óraszám
9. évfolyam	3	108
10. évfolyam	3	108
11. évfolyam	3	108
12. évfolyam	4	128

9–10. évfolyam

A matematika tananyag felépítése spirális, a 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva történik az egyes témakörök ismereteinek a bővítése, amelyek matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés. Ez a matematika kerettanterv általános, minden gimnáziumi képzésben résztvevőre vonatkozik. Alapot biztosít azoknak, akik fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban.

A természettudományos tárgyak iránt érdeklődő diákok számára biztosítani kell azokat az ismereteket, készségeket, amelyek lehetővé teszik a reál tárgyak tantárgyi követelményeiben megjelenő tartalmak elsajátítását.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést. A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az

összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. **Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.**

Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszer; a másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei.. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

9. évfolyam

Témák	Új tananyag feldolgozása	Képességfejlesztés, összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés	Teljes óraszám 102óra
Halmazok, kombinatorika	5	3	8
Algebra	8	4	12
Elsőfokú egyenletek egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	20	6	26
Statisztika	3	2	5
Geometria	25	7	32
Függvények	10	3	13
Szabadon felhasználható órakeret	3 (témahét)	3	6

Év végi ismételés	0	6	6
Összesen	74	34	108

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	a tanuló • látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; • véges halmazok elemszámát meghatározza; • alkalmazza a logikai szita elvét	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok megadása Venn-diagram	Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével Szemléletes kép végtelen halmazokról.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz. Diszjunkt halmazok Halmazok számossága	Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.

	életben .	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális és irracionális számok.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott pontthalmazok, adott tulajdonságú pontthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott pontthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.

A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia</i> : molekulák tér szerkezete.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 34 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	- Műveleteket végez algebrai kifejezésekkel; - Ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat; - Átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával. - Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa <u>Képes képleteket átrendezni, azokból a kiválasztott változót kifejezni</u> <u>Képes dimenziókkal elvégezni a kijelölt műveleteket</u> - Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során - Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában) - Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel - Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával - Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető	

	matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése • Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése • A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása • A kiválasztott modellben a probléma megoldása • A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve • Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete • Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusán • Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán • Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása <u>(például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok)</u>
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékeztetés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal	<i>Fizika:</i> hőmérséklet,

	adott definícióval).	elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
$(a \pm b)^2$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebonthatóság, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	

értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer.		
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c = ax + b$.	Definíciókra való emlékezés.	
Kulcsfogalmak/	Összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes	

fogalmak	négyzet, polinom Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.
-----------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Érték táblázat készítése a hozzárendelési szabály alapján. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: • képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; • megtalálja adott értékhez tartozó helyet a hozzárendelési szabály alapján • <u>képes meghatározni a tanult alapfüggvények transzformáltjainak a szélsőértékét</u> • megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket; • adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi; • táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben; • a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. Graph program alkalmazása
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a

függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban. Adott lineáris függvény inverzének meghatározása és ábrázolása	megfelelően. Időben lejátszódó történetek megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján.	változás sebessége. Példák keresése egyenes arányosságra <i>Kémia</i> : egyenes arányosság alkalmazása kémiai számításokban
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika</i> : ideális gáz, izoterma. .
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz</i> : számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika</i> : egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 32 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a tételek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét; - ismeri és használja a pont, egyenes, sík (tételek) és szög fogalmát; - ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait; - ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel. - ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait; - ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket; - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. - ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén; - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát; - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; - átdarabolással kiszámítja sokszögek területét. - ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét. - ismer példákat geometriai transzformációkra; - ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát; - megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolását	

	hagyományosan és digitális eszközzel; • geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyeses, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> a Geogebra program használata
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körívk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körívk terület. Egyenes arányosság a	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak	

középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulás vektor, forgómozgás sebesség vektora. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési	Szerkesztési eljárások	<i>Informatika:</i> tantárgyi

feladatok.	gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótiszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalflező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör trapéz, húrtapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege,	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; - hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; - felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén. - adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel. <u>a folyamatok trendjének meghatározására alkalmas grafikonokat készít</u> - Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése	

	• Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból • Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel • A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések • Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel • Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása • Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont • Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatszokaságok jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata. Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése, <u>mérési eredmények feldolgozása</u> A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés . <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.

	Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők	
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag, terjedelem, szórás. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
	<i>Számтан, algebra</i> – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.

- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni,

	ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.
Témahét	Pénzügyi alapismeretek; 3 óra a tanév rendje szerint megtartva
Felzárkóztatás	A típushibák megszüntetésére fenntartott 3 óra

10. évfolyam

Témák	Új tananyag feldolgozása	Képességfejlesztés , összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés	Teljes óraszám 102 óra
Halmazok, kombinatorika	5	3	8
Algebra	8	2	10
Másodfokú egyenletek egyenlőtlenségek	24	3	27
Statisztika	2	0	2

Hasonlóság	13	3	16
Vektorok	7	3	10
Trigonometria	8	3	11
Függvények	5	1	6
Valószínűség számítás	9	3	12
Szabadon felhasználható órakeret	3 (témahét)	3	6
Összesen	84	24	108

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	• látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; • megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; • tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani. • adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis; • alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban; • ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését; • megfogalmazza adott állítás megfordítását; • helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket. • .	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és

évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).	ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	figyelembevétele.
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12.	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i>

évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat: egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</i>
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorba rendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat: hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</i> <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és</i>

		<i>állampolgári ismeretek: pl. család.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat: közlekedés.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 37 óra
Előzetes tudás	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	- matematikai, fizikai, kémiai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; - adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; - a kiválasztott modellben megoldja a problémát; - a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát; - felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot; - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: - megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot. - Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése - A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása	

	• A kiválasztott modellben a probléma megoldása • A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve • Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal • Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan • Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása • Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan • Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása • $\sqrt{x+c} = ax+b$
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<u>Fizika; kémia: számítási feladatok.</u>
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellentőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	

Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	<u>Fizika: például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.</u>
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns. Gyöktényezős alak. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték. Ekvivalens átalakítás	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	• Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), • Vizsgálat a grafikon alapján. • A vizsgálat szempontjainak kialakítása. • Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Trigonometrikus függvények grafikonja, tulajdonságai	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása	Fizika: hullámmozgás
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria, trigonometria	Órakeret 27 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai - A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában - Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben,

		alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe. Szögfelező tétel	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Vektorok a koordináta- rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A kiterjesztett szögfüggvényfogalom egyszerű alkalmazásai.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapfeladatok. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza. - tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel; - véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Kulcsfogalmak/	Valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív	

fogalmak	gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás
-----------------	--

A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. <i>Számтан, algebra</i> – Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. – Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. <i>Geometria</i> – A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete. – Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, terület, térfogat). – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; a szögfelező tétel, a magasságtétel és a befogótétel ismerete. – Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai
--	--

	transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. <i>Valószínűség, statisztika</i> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.
Témahét	Pénzügyi alapismeretek; 3 óra a tanév rendje szerint megtartva
Felzárkóztatás	A típushibák megszüntetésére fenntartott 3 óra

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi, szaktárgyi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja 214 óra. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 46 óra áll rendelkezésre.

11. évfolyam

Témák	Új tananyag feldolgozása	Képességfejlesztés , összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés	Teljes óraszám 102 óra
Kombinatorika és gráfok	7	4	11
Hatványozás, logaritmus	14	12	26
Trigonometria	8	7	15
Koordinátageometria	20	12	32
Valószínűség-számítás	5	3	8
Év végi összefoglalás	0	10	10
Szabadon felhasználható	3 (témahét)	3	6
Összesen	57	51	108

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; <u>a fizikai és kémiai tárgyú feladatokat értelmezi, az adatokat kigyűjti, kiválasztja az alkalmazható képleteket</u> - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; - a kiválasztott modellben megoldja a problémát. - megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; - konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével. - ismeri a binomiális együttható fogalmát, képes értékének	

	kiszámítani annak értékét • képes visszatevéssel és visszatevés nélküli mintavétellel kapcsolatos feladatok megoldására • ismeri és alkalmazza a gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	• ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; • ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;	

	• ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát • áttér más alapú logaritmusra • számológép használata logaritmus értékének meghatározására • képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; • adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.

felfedezésében.		<i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, exponenciális függvény. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 47 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	- számítások végzése derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben - tompaszög szinusza, koszinusza, tangense - összefüggések ismerete egy adott szög különböző	

	szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei • <u>vektorok eredőjének a meghatározása</u> • szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével • háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében • szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása • a szinusztétel bizonyítása • számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével • A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva • Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása • ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat; • ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket; • alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában; • megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben; • koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat; • koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; • ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; • egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; • kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; • megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; • felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre.

		<i>Földrajz:</i> térábrázolás és termegismerés eszközei, GPS.
Pitagoraszsi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	

A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordináta geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Szinusz tétel, koszinusz tétel. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Pontthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő pontthalmaz. vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevése mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

**A fejlesztés várt
eredményei a
11. évfolyam
végén**

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,
- A gráfokat alkalmazzák a feladatmegoldásban is.

Számтан, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-

	rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. <i>Valószínűség, statisztika</i> – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
--	---

12. évfolyam

Témák	Új tananyag feldolgozása	Képességfejlesztés, összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés	Teljes óraszám 128 óra
Gondolkodási és megismerési módszerek	5	3	7
Sorozatok	13	11	22
Geometria	21	9	28
Valószínűség, statisztika	7	3	9
Év végi ismétlés	0	56	46
Szabadon felhasználható órakeret	4 (témahét)	12	16
Összesen	50	78	128

A kerettanterv által biztosított órakereten felül biztosított +1 óra a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra. Fontos célkitűzés, hogy a reál tárgyak elsajátításához szükséges ismereteket képesek legyenek készségi szinten alkalmazni.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül - Logikai kifejezések megfelelő használata - Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása - Stratégiai és logikai játékok	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor” .	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi	

	kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

A 2. Számtan algebra témakör nem jelenik meg az új tananyagok között.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	- A számsorozat fogalmának ismerete - Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval - Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint - Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege - Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege - A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása - Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában	

	• Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása • Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása • Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása • <u>Radioaktivitás témakörébe tartozó feladatok megoldása</u>
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
Kulcsfogalmak/	Számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék,	

fogalmak	törlesztőrészlet
-----------------	------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	• Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban • A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete • Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete • Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben • A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban • A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben • A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással • Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása • A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása • A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálójá	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	• A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete • Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése • Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal • Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása • A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések • Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal • Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése • Példák ismerete független és nem független eseményekre • A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása	

	• A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása • Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén • A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban • Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közüvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás. Események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 46 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás	

	öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.

Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezerési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és	Tanult egyenlettipusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	

trigonometrikus egyenletek.		
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	

Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a

		szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. <i>Számтан, algebra</i> <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
--	---

Geometria

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.